Brevet - Session 2007

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 : (5 points)

Réponses.

1.	$9x^2 + 30x + 25$
2.	$(x+1)(x-2)$
3.	$2\sqrt{3}$
4.	-10
5.	48% de filles.

Explications.

1. $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2 \times (3x) \times 5 + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25$.

2. Quand $x = 4$,
- $x(x+1) = 4(4+1) = 4 \times 5 = 20$,
- $(x+1)(x-2) = (4+1)(4-2) = 5 \times 2 = 10$,
- $(x+1)^2 = (4+1)^2 = 5^2 = 25$.

La bonne réponse est donc $(x+1)(x-2)$.

3. $\dfrac{\sqrt{48}}{2} = \dfrac{\sqrt{3 \times 16}}{2} = \dfrac{\sqrt{16} \times \sqrt{3}}{2} = \dfrac{4\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2 \times 2 \times \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.
La bonne réponse est donc $2\sqrt{3}$.

4. Les équations suivantes ont les mêmes solutions

$$\begin{aligned}
&2x - (8+3x) = 2\\
&2x - 8 - 3x = 2\\
&2x - 3x = 2 + 8\\
&-x = 10\\
&x = -10
\end{aligned}$$

L'équation $2x - (8+3x) = 2$ a donc une et une seule solution, le nombre -10.

5. $\dfrac{40}{100} \times 30 = 12$. Il y a donc 12 filles en 3ème A.
$\dfrac{60}{100} \times 20 = 12$. Il y a donc 12 filles en 3ème B.
Dans les deux classes réunies, il y a 50 élèves dont 24 filles. Or

$$\frac{24}{50} \times 100 = 48,$$

et il y a donc 48% de filles dans les deux classes réunies.

Exercice 2 : (7 points)

1. $(-2) + 4 = 2$ puis $2 \times (-2) = -4$ et enfin $(-4) + 4 = 0$.

$\boxed{\text{Si l'on fait fonctionner le programme avec le nombre } -2\text{, on obtient } 0.}$

2. $5 + 4 = 9$ puis $9 \times 5 = 45$ et enfin $45 + 4 = 49$.

$\boxed{\text{Si l'on fait fonctionner le programme avec le nombre } 5\text{, on obtient } 49.}$

3. a) Faisons fonctionner le programme avec le nombre 0.
$0 + 4 = 4$ puis $4 \times 0 = 0$ et enfin $0 + 4 = 4 = 2^2$.

Si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre 0, on obtient 2^2.

Faisons fonctionner le programme avec le nombre 1.
$1 + 4 = 5$ puis $5 \times 1 = 5$ et enfin $5 + 4 = 9 = 3^2$.

Si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre 1, on obtient 3^2.

b) Soit x un nombre entier (relatif).
- On ajoute 4 à x et on obtient $x + 4$.
- On multiplie le résultat obtenu par x et on obtient $x(x + 4)$ ou encore $x^2 + 4x$.
- On ajoute 4 au résultat obtenu et on obtient $x^2 + 4x + 4$.

Mais, $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = (x + 2)^2$. Le résultat obtenu est donc le carré du nombre entier $x + 2$.
Finalement,

$\boxed{\text{en faisant fonctionner le programme avec un nombre entier, on obtient toujours le carré d'un nombre entier.}}$

4. $(x + 2)^2 = 1$ équivaut à $x + 2 = -1$ ou $x + 2 = 1$ ou encore à $x = -3$ ou $x = -1$.

$\boxed{\text{Pour obtenir } 1\text{, on peut choisir de faire fonctionner le programme avec le nombre } -3 \text{ ou le nombre } -1.}$

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1 : (7 points)

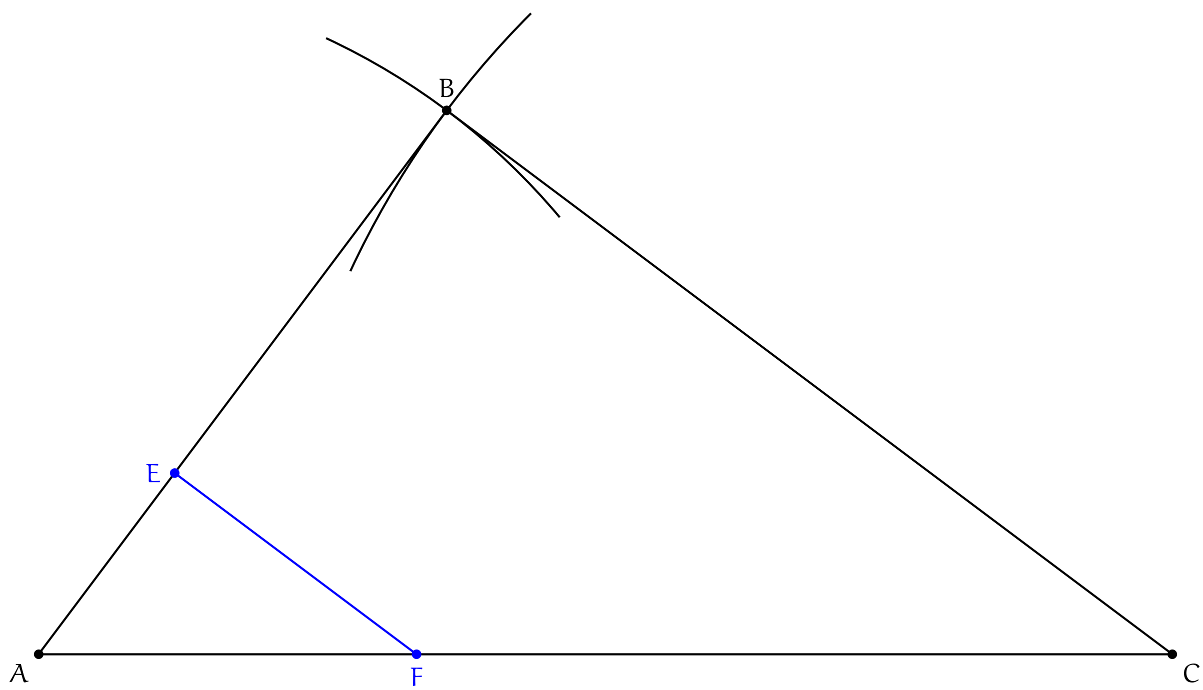
1. a) Le plus long des trois côtés du triangle ABC est $[AC]$.

$$AC^2 = 15^2 = 225 \text{ et } AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225. \text{ Ainsi, } AC^2 = AB^2 + BC^2.$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

Le triangle ABC est rectangle en B.

b)



2. a) Voir ci-dessus.

b) On applique la réciproque du théorème de Thalès dans le triangle ABC.

- Le point E appartient au segment $[AB]$ et le point F appartient au segment $[AC]$.
- $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{5}{15} = \dfrac{1}{3}$. Donc $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).

La droite (EF) est parallèle à la droite (BC).

3. Notons $\mathscr{A}$ l'aire du triangle ABC exprimée en cm^2.

La droite (EF) est parallèle à la droite (BC) et la droite (BC) est perpendiculaire à la droite (AB). Donc la droite (EF) est perpendiculaire à la droite (AB) ou encore le triangle AEF est rectangle en E.

Nous savons déjà que $AE = \dfrac{1}{3}AB$.

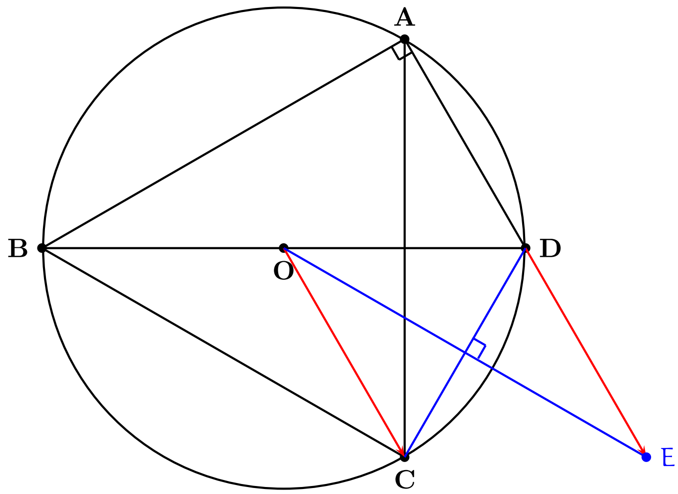
De plus, puisque la droite (EF) est parallèle à la droite (BC), le théorème de Thalès nous permet d'affirmer que $\dfrac{EF}{BC} = \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{1}{3}$ et donc que $EF = \dfrac{1}{3} \times BC$.

Finalement,

$$
\begin{aligned}
\mathscr{A} &= \frac{1}{2} \times \mathrm{AE} \times \mathrm{EF} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \mathrm{AB} \times \frac{1}{3} \times \mathrm{BC} = \frac{1}{18} \times \mathrm{AB} \times \mathrm{BC} = \frac{1}{18} \times 9 \times 12 \\
&= \frac{1}{2 \times 9} \times 9 \times 2 \times 6 = 6.
\end{aligned}
$$

L'aire du triangle AEF est 6 cm^2.

Exercice 2 : (5 points)



1. Le point A est sur le cercle de diamètre [BD] et n'est ni B, ni D. Donc, le triangle ABD est rectangle en A.

Le triangle ABD est rectangle en A.

2. Le triangle ABC est équilatéral. Donc, la demi-droite [BD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{\mathrm{ABC}}$. On en déduit que

$$\widehat{\mathrm{DBA}} = \frac{1}{2}\widehat{\mathrm{CBA}} = \frac{1}{2}60° = 30°.$$

La somme des angles d'un triangle est égale à $180°$. Or, dans le triangle ABD, on a $\widehat{\mathrm{DBA}} = 30°$ et $\widehat{\mathrm{DAB}} = 90°$. Donc,

$$\widehat{\mathrm{ADB}} = 180° - \widehat{\mathrm{DBA}} - \widehat{\mathrm{DAB}} = 180° - 30° - 90° = 60°.$$

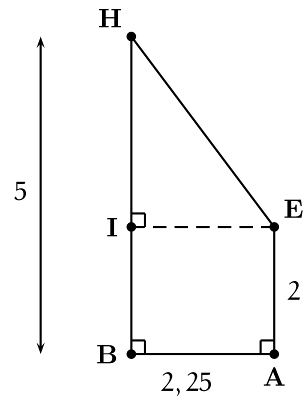
$\widehat{\mathrm{ADB}} = 60°$.

3. Puisque le point E est l'image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$, le quadrilatère ODEC est un parallélogramme. De plus, les points D et C sont sur un même cercle de centre O et donc $\mathrm{OD} = \mathrm{OC}$. Ainsi, le parallélogramme ODEC a deux côtés consécutifs de même longueur et donc ce quadrilatère est un losange. On en déduit que les diagonales [OE] et [DC] sont perpendiculaires.

Les droites (DC) et (OE) sont perpendiculaires.

PROBLEME (12 points)

PARTIE I



1. Le quadrilatère $AEIB$ a au moins trois angles droits. Ce quadrilatère est donc un rectangle.
On en déduit que $BI = AE = 2$. Par suite, $HI = HB - IB = 5 - 2 = 3$.

$$\boxed{HI = 3.}$$

2. On applique le théorème de PYTHAGORE dans le triangle HIE rectangle en I.

$$HE^2 = HI^2 + IE^2 = 3^2 + 2,25^2 = 9 + 5,0625 = 14,0625,$$

et donc

$$HE = \sqrt{14,0625} = 3,75.$$

$$\boxed{HE = 3,75.}$$

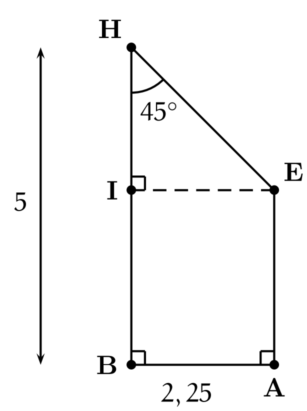
3. Le triangle HIE est rectangle en I. Donc

$$\cos \widehat{IHE} = \frac{HI}{HE} = \frac{3}{3,75} = 0,8.$$

La machine fournit alors $\widehat{IHE} = 37°$ arrondi au degré.

$$\boxed{\widehat{IHE} = 37° \text{ arrondi au degré.}}$$

PARTIE II



1. $\widehat{HEI} = 180° - \widehat{IHE} - \widehat{HIE} = 180° - 45° - 90° = 45°$. On en déduit que $\widehat{IHE} = \widehat{HEI}$. Donc, le triangle HIE est isocèle en I.

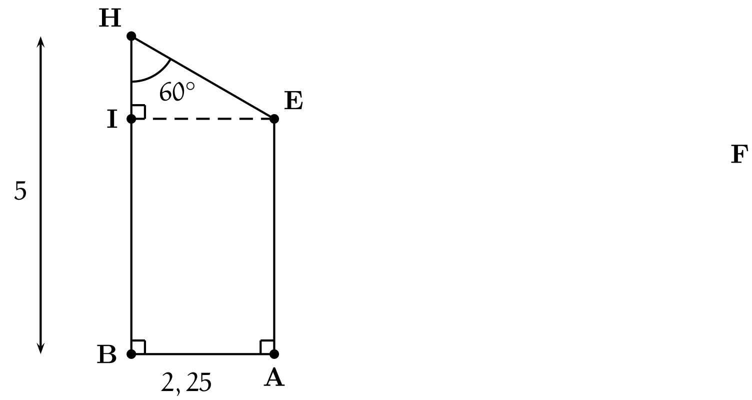
$$\boxed{\text{Le triangle HIE est isocèle et rectangle en I.}}$$

2. Puisque le triangle HIE est isocèle en I, on a $\mathsf{HI} = \mathsf{IE} = 2,25$. Puisque le quadrilatère AEIB est un rectangle, on a alors

$$\mathsf{AE} = \mathsf{BI} = \mathsf{BH} - \mathsf{HI} = 5 - 2,25 = 2,75.$$

$$\boxed{\mathsf{HI} = 2,25 \text{ et } \mathsf{AE} = 2,75.}$$

PARTIE III



1. Le triangle HIE est rectangle en I. Donc $\tan\widehat{\mathsf{IHE}} = \dfrac{\mathsf{IE}}{\mathsf{HI}}$. On en déduit que

$$\mathsf{HI} = \frac{\mathsf{IE}}{\tan\widehat{\mathsf{IHE}}} = \frac{2,25}{\tan 60^\circ} = 1,30 \text{ m arrondi au cm.}$$

$$\boxed{\mathsf{HI} = 1,3 \text{ m arrondi au cm.}}$$

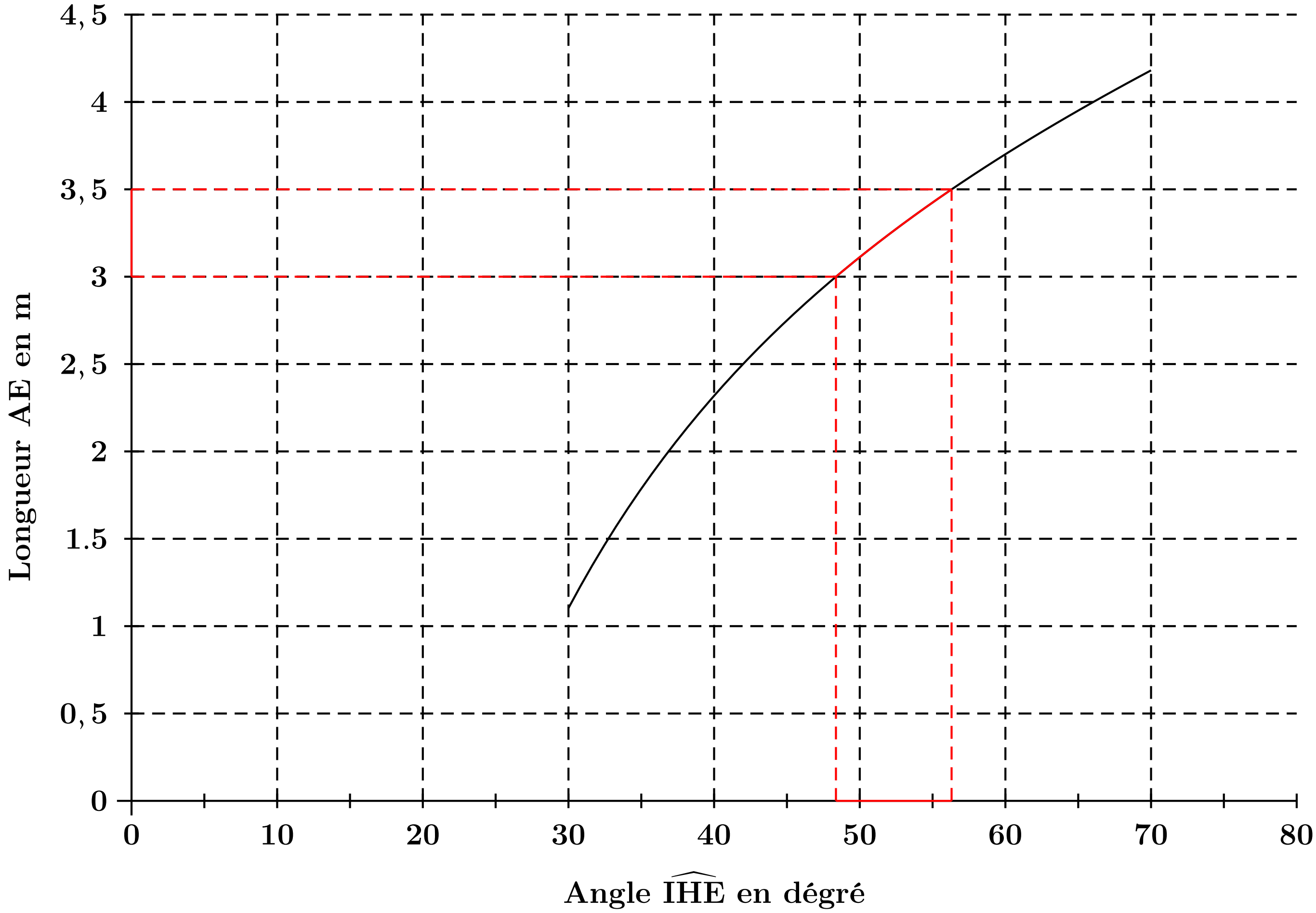
2. $\mathsf{AE} = \mathsf{BI} = \mathsf{BH} - \mathsf{HI} = 5 - \dfrac{2,25}{\tan 60^\circ} = 3,7$ m arrondi au cm.

$$\boxed{\mathsf{AE} = 3,7 \text{ m arrondi au cm.}}$$

PARTIE IV

Sur le graphique de la page suivante, on voit que pour un angle compris entre approximativement 48° et 57°, la longueur AE est comprise entre 3 m et $3,5$ m. Donc, une mesure possible de l'angle $\widehat{\mathsf{IHE}}$ est 50°.

$$\boxed{\text{Pour un angle } \widehat{\mathsf{IHE}} \text{ égal à } 50^\circ\text{, la longueur AE est comprise entre 3 m et } 3,5 \text{ m.}}$$



Longueur AE en m
4, 5
4
3, 5
3
2, 5
2
1.5
1
0, 5
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
Angle $\widehat{\text{IHE}}$ en dégré